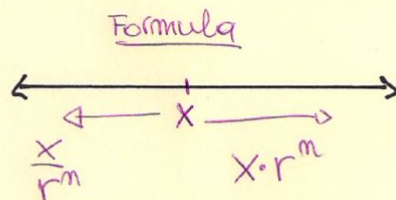
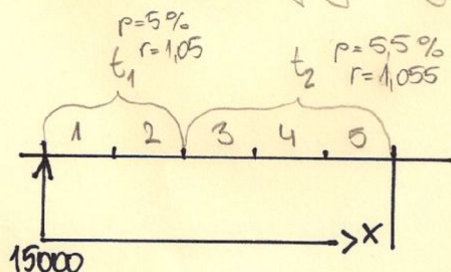


RIJEŠENJA ZADATAKA DEMONSTRATURA
IZ GOSPODARSKE MATEMATIKE
prof. Martejariš

15.10.2011.

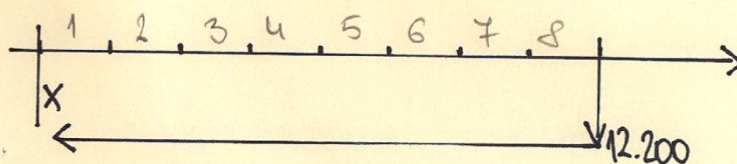
- ① Iznos od 15.000 € orači se na 5 godina. Kolika je komadna vrijednost tog iznosa, ako je god. kam. stopa za prve dvije godine 5%, a u preostalom razdoblju 5,5%. Obračun kamata je godišnji, složen i dekurzivni.



$$r_1 = 1,05 \quad r_2 = 1,055$$

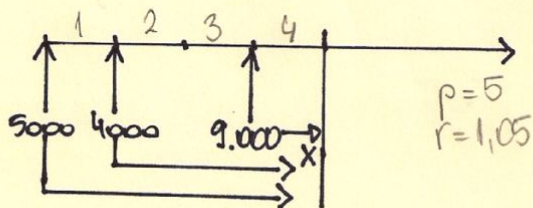
$$X = 15.000 \cdot 1,05^2 \cdot 1,055^3 = 19.419,017 \text{ €}$$

- ② Koji je kapital uplaćen u banku prije 8 god., ako je danas podignuto 12.200 kn? Obračun kta je složen, godišnji i dekurzivni, a banka je primjenjivala godišnji kamatnijak 5.



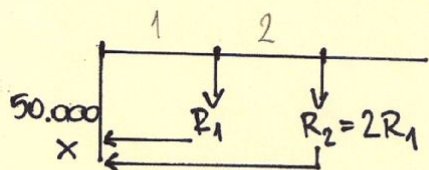
$$X = \frac{12.200}{1,05^8} = 8.257,44$$

- ③ Osoba je prije 4 godine uložila 5000 ku, prije 3 godine 4000 ku, prije godinu dana 9.000 ku. Koliko ta osoba ima danas na računu ako je primjenjivom godišnji kamatni stopa 5%? Obračunajte kao je godišnji, složen i dekurzivni.



$$x = 5.000 \cdot 1,05^4 + 4.000 \cdot 1,05^3 + 9.000 \cdot 1,05 = 20.158,03 \text{ ku}$$

- ④ Dogodilo se da će se domaćin dug od 50.000 ku otplatiti u 2 rate. Prva dospijeva na kraju 1. god od danas, a druga dvostruko veća od prve na kraju 2. godine. Ako je god. kamatni stopa 8%, a obračun kamata godišnji, složen i dekurzivni, izračunajte vrijednost kamata.



$$p=8 \quad r=1,08$$

$$50.000 = \frac{R_1}{r^1} + \frac{R_2}{r^2}$$

$$50.000 = \frac{R_1}{1,08} + \frac{2R_1}{1,08^2} \quad / \cdot 1,08^2$$

$$58.320 = 1,08 R_1 + 2R_1$$

$$58.320 = 3,08 R_1 \quad / : 3,08$$

$$R_1 = 18.935,06$$

$$R_2 = 2R_1$$

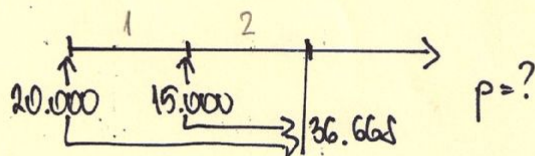
$$= 2 \cdot 18.935,06$$

$$= 37.870,12$$

1. RATA je 18.935,06 ku

2. RATA je 37.870,12

- ⑤ Prije 2 godine od danas uloženo je u banku 20.000 kn, a prije godinu dana od danas 15.000 kn. Ako je danas na računu 36.680 kn, uz koji je godišnji kamatnyjak izvršeno otplate? Obračunajta je god., dozu i dekurzivan.



$$20.000 \cdot r^2 + 15.000 \cdot r = 36.680$$

$$20.000 \cdot r^2 + 15.000 \cdot r - 36.680 = 0 \quad / : 20.000 \quad \text{da se riješimo velikih brojeva}$$

$$r^2 + 0,75r - 1,8334 = 0$$

$$r_{1,2} = \frac{-0,75 \pm \sqrt{0,75^2 + 4 \cdot 1,8334}}{2}$$

$$r_{1,2} = \frac{-0,75 \pm \sqrt{0,5625 + 4 \cdot 1,8334}}{2}$$

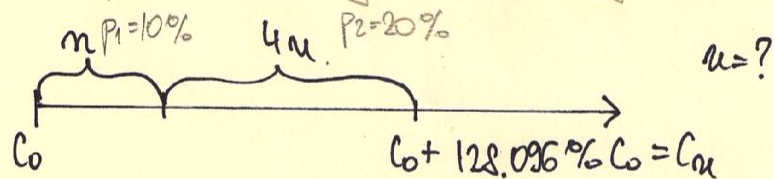
$$r_{1,2} = \frac{-0,75 \pm 2,81}{2}$$

$$\cancel{r_1 = -1,78} \quad \boxed{r_2 = 1,03} \quad \rightarrow p = 3$$

FORMULA

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- 6) Glavnica, uložena neko vrijeme uz 10% god. kamata, a zatim još 4 puta duže uz 20% god. kamata, povećala se za 128,096%. Koliko je godina ta glavnica bila uložena uz prvu, a koliko godina uz drugu kamatnu stopu?



$$C_n = C_0 \cdot r^n$$

$$C_n = C_0 (1 + 1,28096)$$

$$2,28096 C_0 = C_0 \cdot r_1^m \cdot r_2^{4u} / C_0$$

$$C_n = 2,28096 C_0$$

FORMULA

$$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$$

$$2,28096 = 1,1^m \cdot 1,2^{4u} / \log$$

$$\log 2,28096 = \log(1,1^m \cdot 1,2^{4u})$$

$$\log 2,28096 = \log 1,1^m + \log 1,2^{4u}$$

$$\log 2,28096 = m \log 1,1 + 4u \log 1,2$$

$$= m(\log 1,1 + 4 \log 1,2)$$

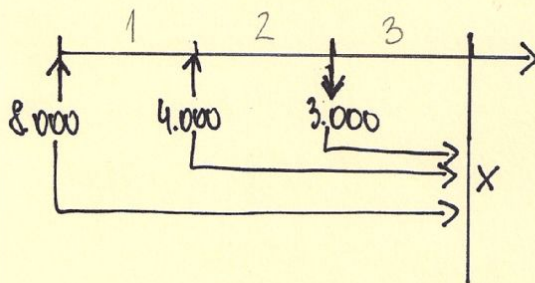
$$= m(\log 1,1 + \log 1,2^4)$$

$$= m \log(1,1 \cdot 1,2^4)$$

$$\log 2,28096 = m \cdot \log 2,28096$$

$$m = 1$$

- 7 Osoba je prije 3 god. uložila 8000 kn., prije 2 godine 4.000 kn., a prije godinu dana podigla 3.000 kn. Koliko ta osoba ima na računu danas, ako banka primjenjuje godišnji kamatni jake 3? Obračun kamata je TOČUGODIŠNJI, složen i dekurzivni. KORISTITE RELATIVNI KAMATNI JAK.



$$p=3$$

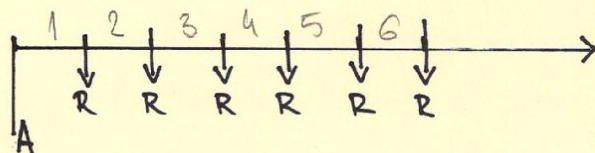
$$r=1,015$$

$$p = \frac{P}{M} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$x = 8.000 \cdot 1,015^6 + 4.000 \cdot 1,015^4 - 3.000 \cdot 1,015^2$$

$$x = 9.902,3253 \text{ kn}$$

- 8 Koliki bi iznos trebalo danas uplatiti u banku da bi se osiguralo po 6 jednolikih isplata od po 1000 kn uo kraju svake godine? Obračun kta je god, složen i dekurzivni, a godišnji kamatni jake 1.



$$R=1000$$

$$P=1$$

$$r=1,01$$

FORMULA

A (POSTNUM.)

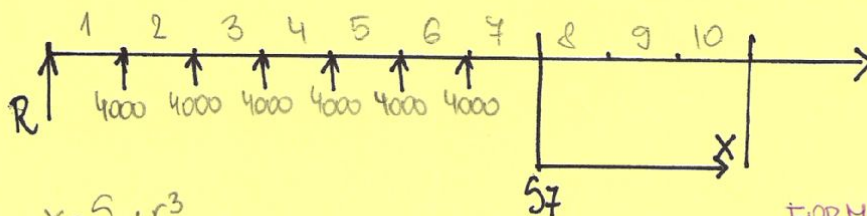
$$A(\text{POSTNUM.}) = R \cdot \frac{r^n - 1}{r^n(r-1)} = 1000 \cdot \frac{1,01^6 - 1}{1,01^6(1,01-1)}$$

$$= R \cdot \frac{r^n - 1}{r^n(r-1)}$$

$$= 1000 \cdot \frac{1,061520 - 1}{1,061520(1,01-1)}$$

$$= 1000 \cdot \frac{0,06152}{0,0106152} = 1000 \cdot 5,795463 = 5.795,463$$

- 9) Ako početkom svake godine tokom 7 god. ulažemo u štednju po 4.000 €, kojim ćemo iznosom raspodijeliti krajem 10. godine, ako je godišnja kamatna stopa 4%, a obračun kamata složen?



$$X = S_7 \cdot r^3$$

$$S_7 = R \cdot r \frac{r^7 - 1}{r - 1} = 4000 \cdot 1.04 \frac{1.04^7 - 1}{1.04 - 1}$$

$$= 32.856,91$$

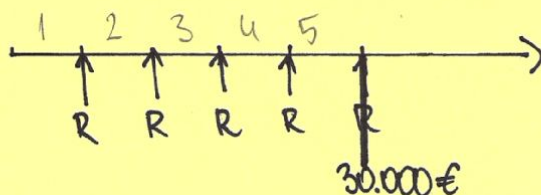
FORMULA

$$S_n \text{ (PREDJUH)}$$

$$= R \cdot r \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$X = 32.856,91 \cdot 1,04^3 = 36.959,55$$

- 10) Osoba treba na kraju 5 godine platiti 30.000 €. U dogovoru s vjerovnikom, krajem svake godine će uplaćivati određeni iznos, koji je to ravnak, ako vjerovnik traži 8% god. kamata, a obračun je složen i dekurzivni.



$$p = 8$$

$$r = 1,08$$

$$30.000 = S_5 = R \cdot \frac{r^5 - 1}{r - 1}$$

$$30.000 = R \cdot \frac{1.08^5 - 1}{1.08 - 1}$$

$$30.000 = 5.872 R / 5.872$$

$$R = 5.110,73 \text{ €}$$

- 11) Željko turističko je putovanje odobren potrošački kredit od 14.500 kn, s 20% udjela u gotovini, uz 6% godišnjih anticipativnih kamata, na 5 mjeseci. Izračunajte mjesečnu ratu.

$$C = 14.500$$

$$P = 20$$

$$g = 6 \text{ (anticipativni)}$$

$$m = 5$$

$$R = ?$$

$$C \left(1 - \frac{P}{100}\right) \left(1 + \frac{k}{100}\right) = Rm \quad \text{FORMULA}$$

$$C \left(1 - \frac{P}{100}\right) \left(1 + \frac{k}{100}\right) = Rm$$

$$k = \frac{(m+1)g}{24}$$

$$k = \frac{6 \cdot 6}{24} = 1,5$$

$$14.500 \left(1 - \frac{20}{100}\right) \left(1 + \frac{1,5}{100}\right) = R \cdot 5$$

$$11.744 = 5 \cdot R / 1,5$$

$$R = 2354,80 \text{ kn}$$

- 12) Kupac je odobren potroš. kredit na 15 mjeseci bez udjela u gotovini. Ako kupac ima plaću 9.000 kn (rata ne smije prelaziti 1/3 plaće), a anticipativni kamatni stopa 6%, izračunajte iznos odobrenog kredita.

$$m = 15$$

$$g = 6$$

$$R = \frac{1}{3} \cdot 9.000 = 3.000$$

bez udjela

ili $P = 0$

→ formula je onda drugačija

FORMULA

$$C \left(1 + \frac{k}{100}\right) = Rm$$

$$= C \left(1 + \frac{4,75}{100}\right) = 3000 \cdot 15$$

$$1,04756 C = 54000 / 1,04756$$

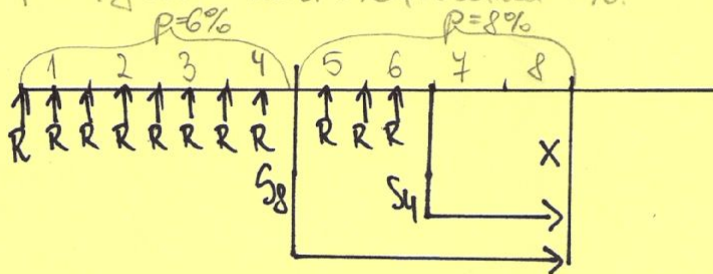
$$C = 51.551,31$$

$$k = \frac{(m+1)g}{24}$$

$$k = \frac{16 \cdot 6}{24} = 4,75$$

"TEŽI ZADACI"

- (13) Ako osoba početkom polugodišta uloži po 5000 ku tokom 6 godina, koliko će imati krajem 8-me godine?
Obračun kamata je složen, a godišnja dekurzivna kamatna stopa prve 4 godine iznosi 6%, a zatim 8%.



$$X = S_8 \cdot r_2^4 + S_4 \cdot r_2^2$$

$$r_1' = \sqrt{1.06} = r_1' = \sqrt[12]{r}$$

$$X = S_8 \cdot r_1'^8 + S_4 \cdot r_1'^4$$

$$r_2' = \sqrt{1.08}$$

$$S_8 = R \cdot r_1' \cdot \frac{r_1'^{12} - 1}{r_1' - 1}$$

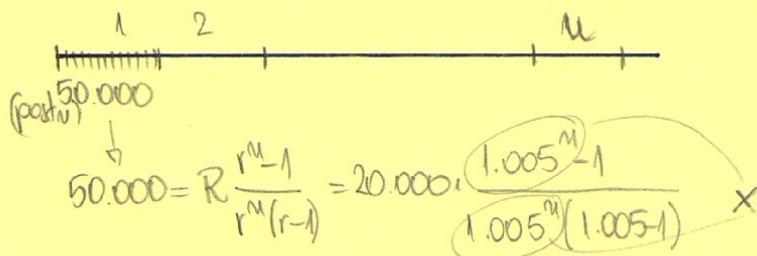
$$S_8 = 5000 \cdot \sqrt{1.06} \cdot \frac{\sqrt{1.06}^8 - 1}{\sqrt{1.06} - 1} = 44.392,79417$$

$$S_4 = 5000 \cdot \sqrt{1.08} \cdot \frac{\sqrt{1.08}^4 - 1}{\sqrt{1.08} - 1} = 22.039,99704$$

$$X = S_8 \cdot 1.08^4 + S_4 \cdot 1.08^2$$

$$= 81.752,33288$$

- 14) Koliko dugo klijent banke može podizati po 2000 ku krajem svakog mjeseca, na temelju sadašnje vrijednosti 50.000 ku? Oračun kamata je složen, a god. dekurzivna kamatna stopa iznosi 6% (uputa -> primijeniti relativni kamatnijak)



$$50.000 = R \frac{r^n - 1}{r^n(r-1)} = 20.000 \cdot \frac{1.005^n - 1}{1.005^n(1.005 - 1)} \cdot X$$

$$50.000 = 2.000 \frac{x-1}{x \cdot 0.005} \quad | : 2.000$$

$$25 = \frac{x-1}{0.005x}$$

$$25 - \frac{x-1}{0.005x} = 0$$

$$= \frac{25 \cdot 0.005x - (x-1)}{0.005x} = 0$$

$$= \frac{0.125x - x + 1}{0.005}$$

$$0.125x - x + 1 = 0$$

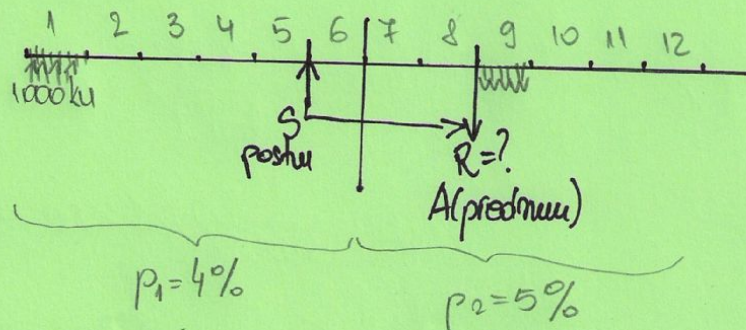
$$-\frac{7}{8}x + 1 = 0$$

$$-\frac{7}{8}x = -1 \quad | \cdot (-\frac{8}{7})$$

$$x = 1.14286$$

$$\begin{aligned} x &= 1.005^n \\ 1.14286 &= 1.005^n / \log \\ \log 1.14286 &= \log 1.005^n \\ \log 1.14286 &= n \log 1.005 / \log 1.005 \\ n &= 26.77348 \end{aligned}$$

- 15) Osoba krajem mjeseca tokom 5 god ulaže po 1000 ku i iznosi ostaje u banci sjedeće 3 god. Koliko će moći podizati početnom mjeseca sjedeće 4 godine? Obračun kamata je složen, a god. dekurzivna kam. stopa prilik 6 god. iznosi 4%, a zatim 5%?



$$S \cdot 1.04 \cdot 1.05^2 = A$$

$$r_1 = \sqrt[12]{1.04}$$

$$S = R \cdot \frac{r_1^4 - 1}{r_1 - 1} = 1000 \cdot \frac{\sqrt[12]{1.04}^60 - 1}{\sqrt[12]{1.04} - 1} = 66.179,02363$$

$$A = 75.889,86849$$

$$75.889,86849 = R \cdot \frac{r_2 - 1}{r_2^4 - 1 (r_2 - 1)}$$

$$R = \frac{\sqrt[12]{1.05}^48 - 1}{\sqrt[12]{1.05}^47 (\sqrt[12]{1.05} - 1)}$$

$$75.889,86849 = 43.69525 R \quad | : 43.69525$$

$$R = 1.736,503073$$